

TEMA 4

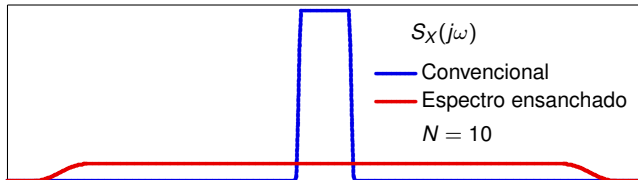
MODULACIONES MULTIPULSO

- 1 Modulaciones de espectro ensanchado (SS)
 - ▶ Modulaciones de espectro ensanchado por secuencia directa (DS-SS)
 - ▶ Acceso múltiple y multiplexación basada en espectro ensanchado (CDMA)

- 2 Modulaciones multiportadora en frecuencia
 - ▶ Modulación (multiplexación) por división en frecuencia (FDM)
 - ▶ Modulación ortogonal por división en frecuencia (OFDM)
 - ★ En tiempo continuo
 - ★ En tiempo discreto

Modulaciones de espectro ensanchado

- Ancho de banda deliberadamente mayor
 - ▶ Ancho de banda se incrementa por un factor N
 - ★ Inmunidad a interferencias (desvanecimientos) de banda estrecha



- Origen militar: combatir interferencias intencionadas (*jamming*)
 - ▶ Aplicaciones actuales
 - ★ Acceso múltiple o multiplexación
 - CDMA: *Code division multiple access*
 - ★ Aplicaciones que requieran robustez contra atenuaciones locales (en frecuencia)
 - ★ Limita la densidad de flujo de potencia en enlaces descendentes de satélites
- Mito: espectro ensanchado incrementa la capacidad del sistema
 - ▶ Realidad:
 - ★ Proporciona baja sensibilidad a distorsión del canal (incluido *jamming*)
 - ★ Permite comunicaciones seguras

Aumento del ancho de banda

- Señal PAM - Expresiones en tiempo y frecuencia ($R_s = \frac{1}{T}$)

$$s(t) = \sum_n A[n] \cdot g(t - nT), \quad S_s(j\omega) = \frac{1}{T} \cdot S_A(e^{j\omega T}) \cdot |G(j\omega)|^2$$

- ▶ Ancho de banda usando pulsos de la familia coseno alzado (raíz) a $R_s = \frac{1}{T}$ con factor de caída α
 - ★ Filtros cumplen Nyquist para ISI a T

$$\text{Banda base (BB): } W = \frac{\pi}{T}(1 + \alpha) \text{ rad/s, Paso banda (PB): } W = \frac{2\pi}{T}(1 + \alpha) \text{ rad/s}$$

- Objetivo SS: Aumentar el ancho de banda por un factor N

- ▶ Transmisión sin ISI: filtros en raíz de coseno alzado

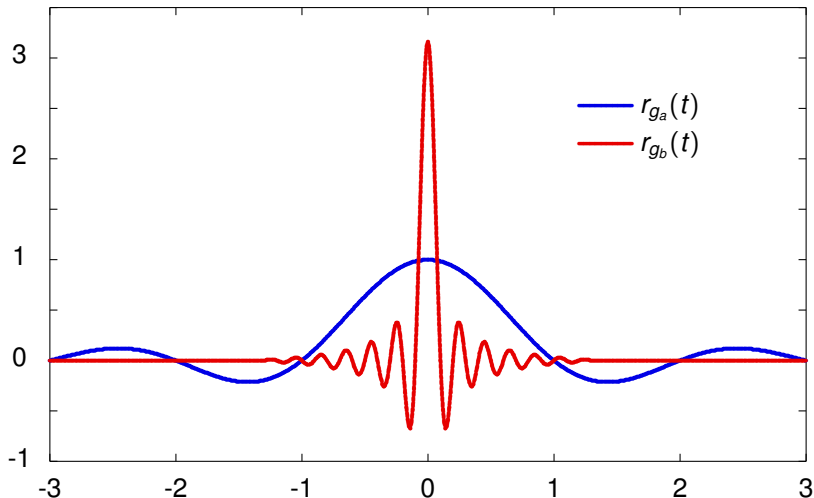
$$\text{Banda base (BB): } W = N \times \frac{\pi}{T}(1 + \alpha) \text{ rad/s, Paso banda (PB): } W = N \times \frac{2\pi}{T}(1 + \alpha) \text{ rad/s}$$

- Transmisión sin ISI - Posible opción: pulsos cumpliendo Nyquist a T/N

- ▶ Si se cumple Nyquist a T/N se cumple a T
- ▶ Problema: función de ambigüedad localizada en el tiempo
⇒ Potencia de la señal localizada en tiempo

Pulsos coseno alzado: $g_a(t)$ a T y $g_b(t)$ a T/N ($N = 10, \alpha = 0,1$)

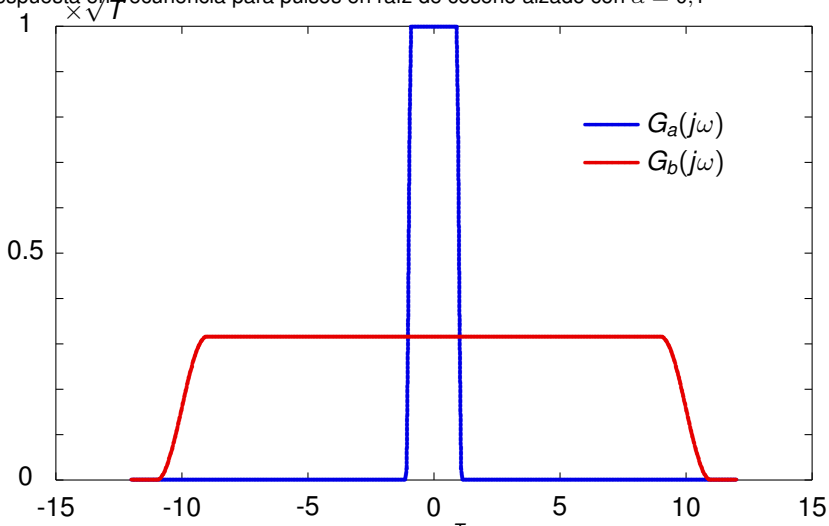
Función de ambigüedad para pulsos en raíz de coseno alzado con $\alpha = 0,1$



Respuesta en frecuencia a T y T/N

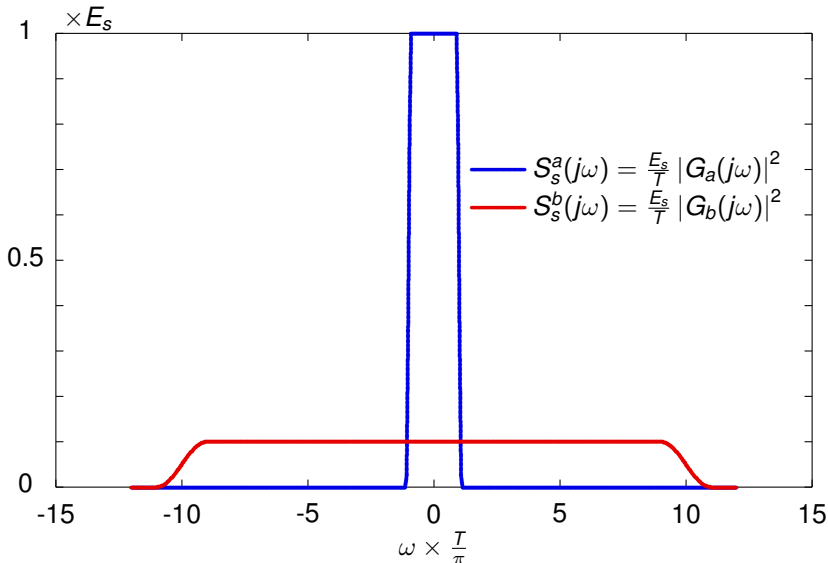
($N = 10, \alpha = 0,1$)

Respuesta en frecuencia para pulsos en raíz de coseno alzado con $\alpha = 0,1$

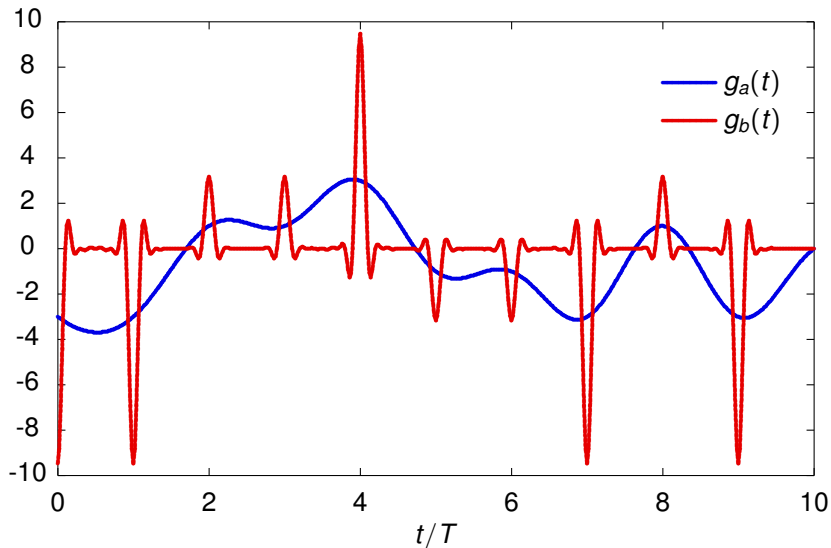


$S_s(j\omega)$ usando pulsos a T y T/N ($N = 10, \alpha = 0,1$)

Densidades espectrales para pulsos en raíz de coseno alzado con $\alpha = 0,1$



Forma de onda: 4-PAM, $N = 10$, $\alpha = 0,5$



Espectro ensanchado por secuencia directa

DSSS: *Direct Sequence Spread Spectrum*

- Alternativa que evita la localización en tiempo de la potencia de la señal
- Familia de pulsos

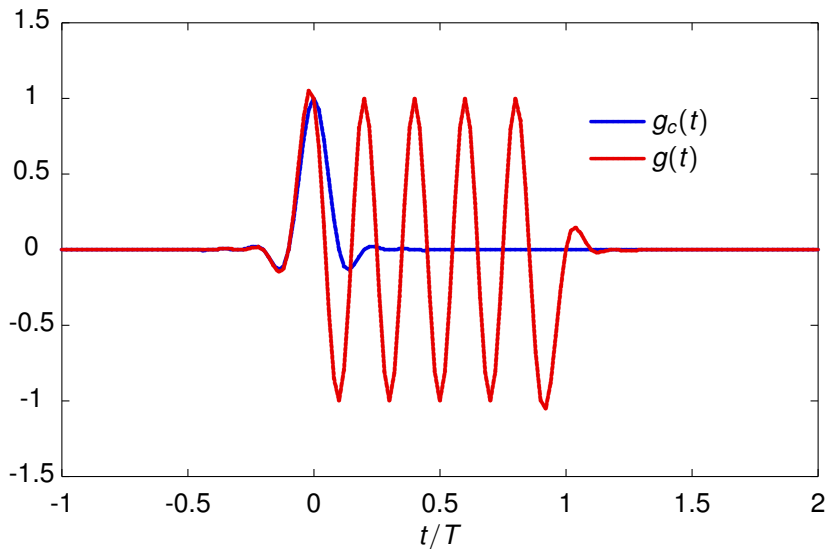
$$g(t) = \sum_{m=0}^{N-1} x[m] \cdot g_c(t - mT_c)$$

Combinación lineal de N réplicas de un pulso, $g_c(t)$, desplazadas múltiplos de $T_c = \frac{T}{N}$ con coeficientes $x[m]$

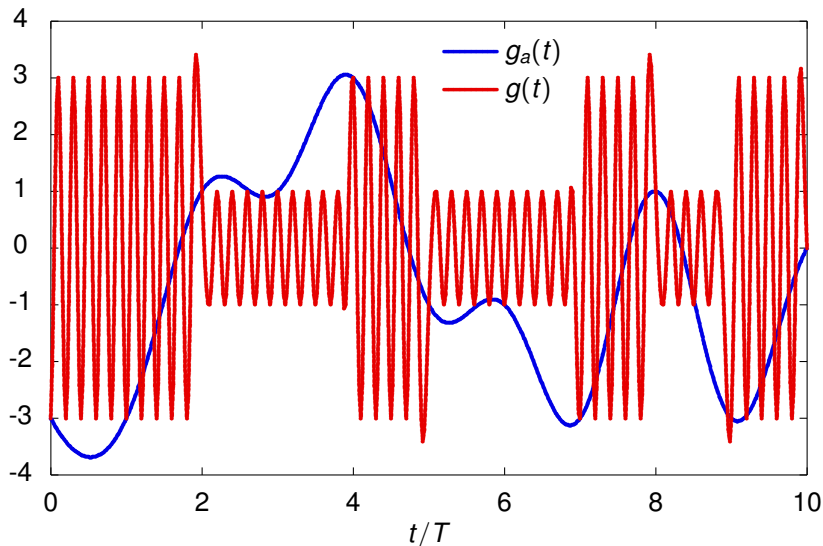
- ▶ $x[m]$: secuencia ensanchadora (secuencia de *chip*)
 - ★ N valores: $\{x[0], x[1], x[2], \dots, x[N-1]\}$
 - ▶ T_c : período de *chip* $T_c = \frac{T}{N}$
 - ▶ $g_c(t)$: pulso tal que $r_{g_c}(t)$ cumple Nyquist a T_c
- Expresión analítica de la señal modulada

$$s(t) = \sum_n A[n] \cdot \underbrace{\sum_{m=0}^{N-1} x[m] \cdot g_c(t - mT_c - nT)}_{g(t-nT)}$$

Ejemplo de pulso: Coseno alzado $N = 10, \alpha = 0,5$

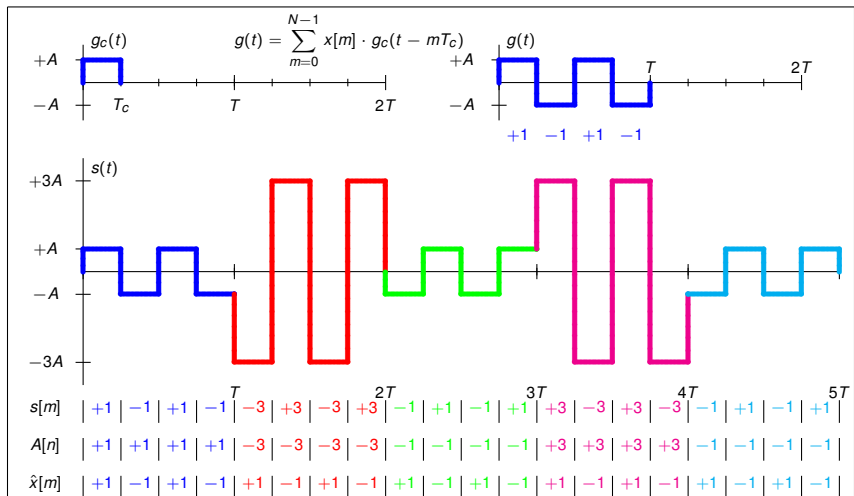


Ejemplo de forma de onda: Coseno alzado $N = 10$, $\alpha = 0,5$



Generación de las señales $s(t)$ (Ejemplo $N = 4$)

- Secuencia a transmitir: $\frac{n}{A[n]} \mid \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ +1 & -3 & -1 & +3 & -1 \end{array}$
- Secuencia de ensanchado ($N = 4$): $x[0] = +1, x[1] = -1, x[2] = +1, x[3] = -1$



Acceso al medio de múltiples usuarios - CDMA

- Una de las aplicaciones del espectro ensanchado es el acceso múltiple
 - ▶ Varios usuarios acceden simultáneamente al sistema utilizando la misma banda de frecuencias
 - ★ Acceso por división de código
CDMA: *Code Division Medium Access*
- Cada usuario utiliza una secuencia de ensanchado diferente
 - ▶ Código de usuario

- Parámetros idénticos para todos los usuarios

- ▶ $g_c(t), T, T_c$

- Señales multiusuario CDMA: L usuarios

- ▶ Cada usuario tiene una secuencia de ensanchado $x_i[m]$
- ▶ Pulso a tiempo de símbolo para el usuario i -ésimo

$$g_i(t) = \sum_{m=0}^{N-1} x_i[m] \cdot g_c(t - m \cdot T_c)$$

- ▶ Señal compleja en banda base

$$s(t) = \sum_{i=0}^{L-1} s_i(t)$$

$$s_i(t) = \sum_n A_i[n] \cdot g_i(t - nT) = \sum_n \sum_{m=0}^{N-1} A_i[n] \cdot x_i[m] \cdot g_c(t - mT_c - nT)$$

- ▶ Separación de las señales de cada usuario
 - ★ Pulsos ortogonales

Modulación con múltiples portadoras (FDM)

- FDM: Frequency division multiplexing
- División del ancho de banda disponible (W rad/s) en N subcanales
 - ▶ Secuencia de datos $A[n]$ dividida en N secuencias
 - ▶ Transmisión de una señal en cada subcanal (p.e. PAM)
 - ▶ Tasa de cada subcanal: $R_s = \frac{1}{T}$ baudios
 - ▶ Tasa total: $R_{s-total} = \frac{1}{T_{st}} = \frac{N}{T}$ baudios
 - ▶ Ancho de banda de cada subcanal: $\frac{W}{N} = \frac{2\pi}{T} \cdot (1 + \alpha)$ rad/s
- **Ventajas:**
 - ▶ Aunque el canal tenga muchos picos y valles (sea poco plano), cada subcanal se puede considerar un **canal plano** (no es necesario ecualizar).
 - ▶ La tasa de cada subcanal es N veces menor, lo cuál, mediante un intervalo de guarda **elimina la ISI** (se puede detectar símbolo a símbolo).

Modulación con múltiples portadoras (FDM)

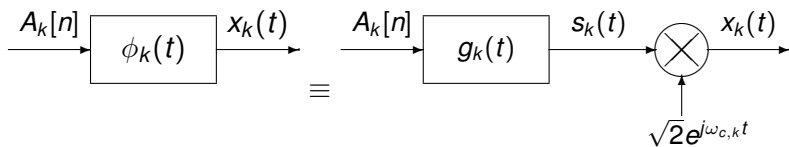
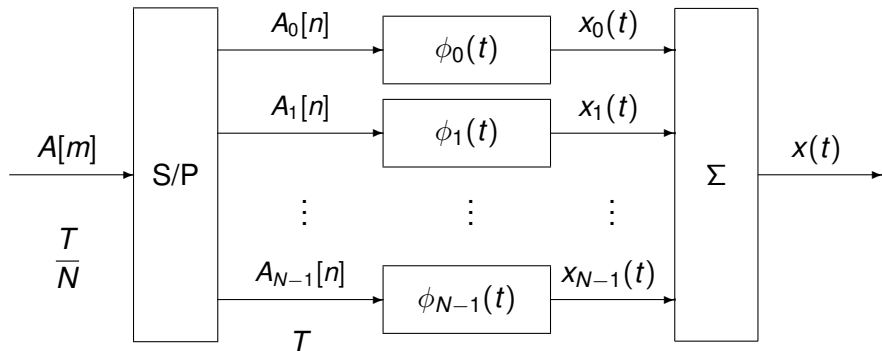
● Transmisor

- ▶ Conversión serie / paralelo: $A[m] \rightarrow \{A_0[n], \dots, A_{N-1}[n]\}$
- ▶ N ramas con señales PAM paso banda
 - ★ Filtro transmisor en la rama k -ésima: $\phi_k(t)$, $k = 0, \dots, N - 1$
 - Parámetros: filtro transmisor $g_k(t)$, frecuencia central $\omega_{c,k}$
 - ★ Señal modulada en la rama k -ésima: $x_k(t)$

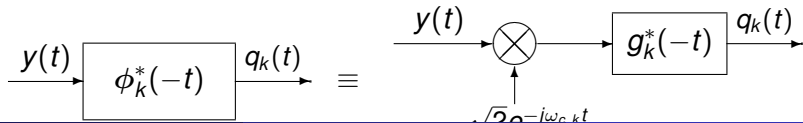
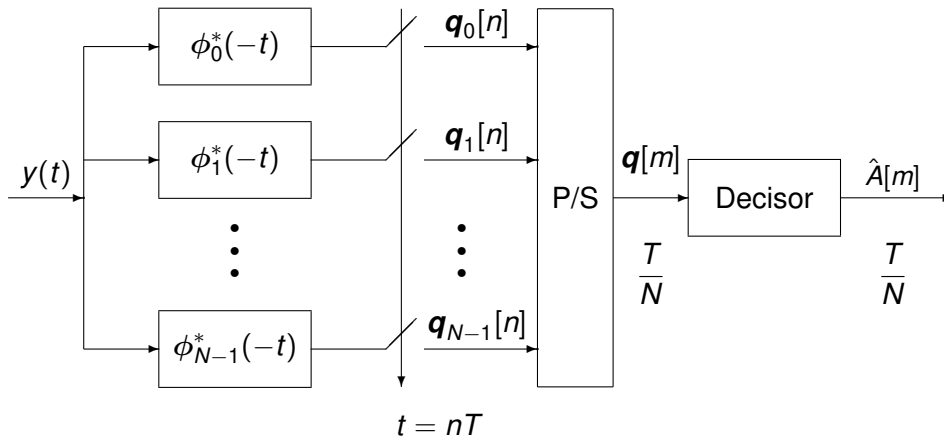
● Receptor

- ▶ N filtros adaptados al transmisor
- ▶ Conversión paralelo serie: $\{\hat{A}_0[n], \dots, \hat{A}_{N-1}[n]\} \rightarrow \hat{A}[m]$

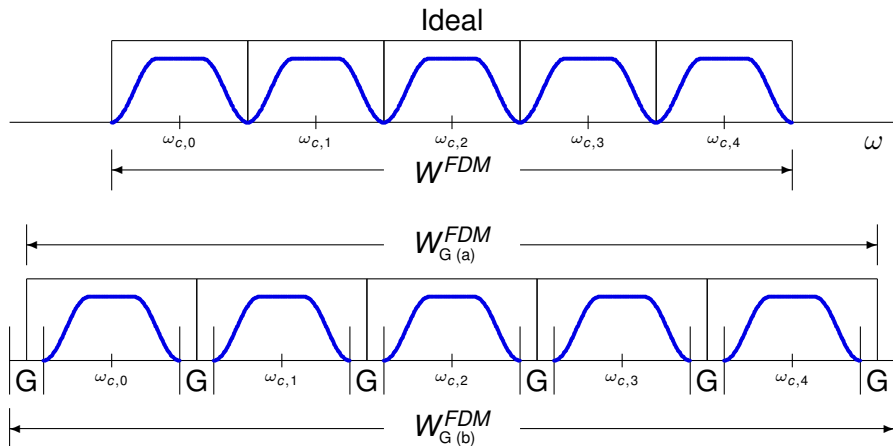
Modulador FDM



Demodulador FDM



FDM - Bandas de guarda



$$W_{G(a)}^{FDM} = W^{FDM} + N \times G$$

$$W_{G(b)}^{FDM} = W^{FDM} + (N + 1) \times G$$

NOTA: en algunos sistemas, las guardas en ambos extremos son de la mitad (a)

- **Complejidad** hardware del sistema
 - ▶ N filtros transmisores (paso banda: componentes en fase y cuadratura)
 - ▶ N moduladores / demoduladores (paso banda)
 - ▶ N filtros complejos
 - ▶ N muestreadores síncronos (paso banda)
- Se necesitan **filtros ideales** para optimizar el uso del ancho de banda disponible
 - ▶ Sin filtros ideales, hay que introducir intervalos de guarda para separar los canales
 - ★ Pérdida de eficiencia espectral
- **Solución alternativa:**
 - ▶ Modulación FDM ortogonal (OFDM)
 - ★ N pulsos ortogonales (con solapamiento espectral)
 - ★ Uso eficiente del ancho de banda disponible
 - ★ Implementación eficiente: baja complejidad hardware

Modulación OFDM en tiempo continuo

- Señal transmitida

$$x(t) = \sqrt{2} \cdot \mathcal{R}e\{s(t) \cdot e^{j\omega_c t}\}$$

- Señal compleja en banda base (espacio de señal N -dimensional)

$$s(t) = \sum_n \mathbf{A}^T[n] \cdot \phi(t - nT) = \sum_n \sum_{k=0}^{N-1} A_k[n] \cdot \phi_k(t - nT).$$

- N pulsos: pulso prototipo \times N diferentes portadoras

$$\phi_k(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot w_T(t) \cdot e^{j\frac{2\pi k}{T} \cdot t}$$

$$w_T(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Ortonormalidad de los pulsos

- Los pulsos OFDM forman una base ortonormal
El producto escalar es

$$\begin{aligned}\langle \phi_k, \phi_\ell \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T e^{j\frac{2\pi k}{T} \cdot t} \cdot e^{-j\frac{2\pi \ell}{T} \cdot t} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \cos\left(\frac{2\pi(k-\ell)}{T} \cdot t\right) dt + j\frac{1}{T} \int_0^T \sin\left(\frac{2\pi(k-\ell)}{T} \cdot t\right) dt \\ &= \delta[k - \ell]\end{aligned}$$

Espectro de la OFDM en tiempo continuo

- Respuesta en frecuencia de los pulsos: sinc centrada en distintas frecuencias.

$$|\Phi_k(j\omega)|^2 = T \cdot \text{sinc}^2 \left(\frac{(\omega - \frac{2\pi k}{T}) T}{2\pi} \right), \quad k = 0, \dots, N-1.$$

- Si Las secuencias de cada portadora $A_k[n]$ y $A_\ell[n]$ **no están correladas** y $A_k[n]$ es **blanca** $\forall k$

$$S_s(j\omega) = \frac{1}{T} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} E_{s,k} \cdot |\Phi_k(j\omega)|^2$$

$E_{s,k}$: Energía media por símbolo de la constelación de la secuencia $A_k[n]$

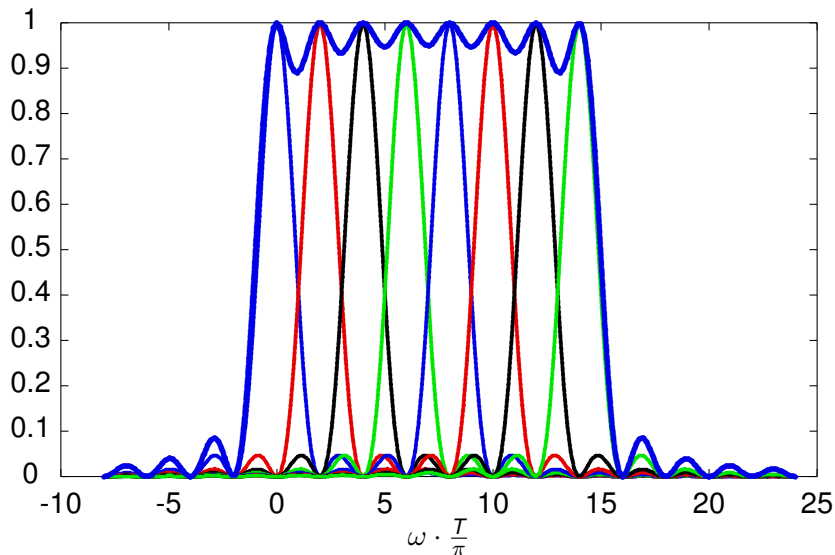
- Potencia de la señal transmitida

$$P_S = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(j\omega) d\omega = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} E_{s,k} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi_k(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} E_{s,k}$$

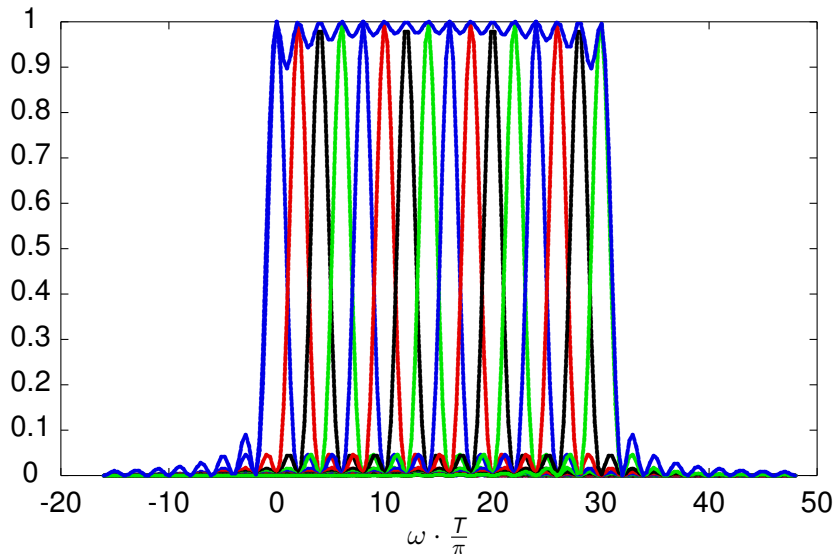
- Cuando las constelaciones de las N secuencias son idénticas

$$P_S = \frac{E_s}{T} \cdot N$$

Espectro OFDM en tiempo continuo $N = 8$



Espectro OFDM en tiempo continuo $N = 16$



Modulación OFDM en tiempo discreto

- En tiempo continuo el ancho de banda de transmisión no era limitado: en la realidad, el ancho de banda es limitado (aprox. $2\pi N/T$ rad./s)
- **Diferencia con tiempo continuo:** las funciones base (o filtros moduladores) $\phi_k(t)$ ahora son discretos $\xi_k[m]$.
- Expresión analítica en **tiempo continuo** de las muestras en el intervalo $0 \leq t < T$ (primeras N muestras):

$$s[m] = \sum_{k=0}^{N-1} A_k[0] \cdot \phi_k(mT/N), \quad m = 0, \dots, N-1$$

- Expresión equivalente en **tiempo discreto** para estas muestras:

$$s[m] = \frac{1}{\sqrt{T}} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} A_k[0] \cdot e^{j\frac{2\pi k}{N} \cdot m}, \quad m = 0, \dots, N-1$$

- ▶ Es exactamente la DFT inversa (IDFT) de N muestras de la secuencia $A_k[0]$, $k = 0, 1, \dots, N-1$

Expresión general para las muestras y el filtro reconstructor

- Muestras de la señal OFDM

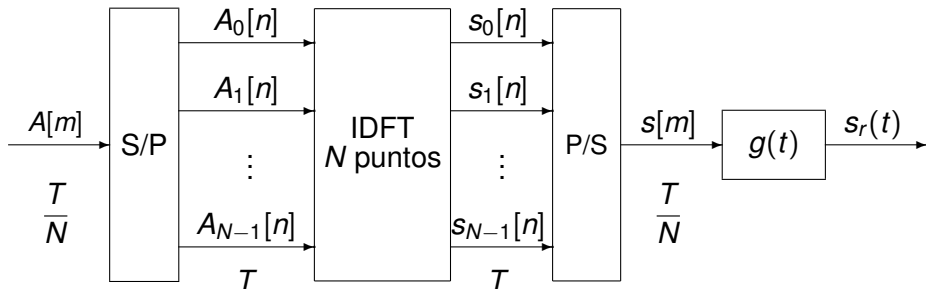
$$\begin{aligned} s[m] &= \sum_n \sum_{k=0}^{N-1} A_k[n] \cdot \phi_k(mT/N - nT) \\ &= \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_n \sum_{k=0}^{N-1} A_k[n] \cdot e^{j\frac{2\pi k}{N} \cdot (m-nN)} \cdot w_N[m - nN] \end{aligned}$$

$$w_N[m] = \begin{cases} 1 & 0 \leq m \leq N-1 \\ 0 & \text{other case} \end{cases}$$

- Filtro reconstructor: interpolación a una tasa T/N

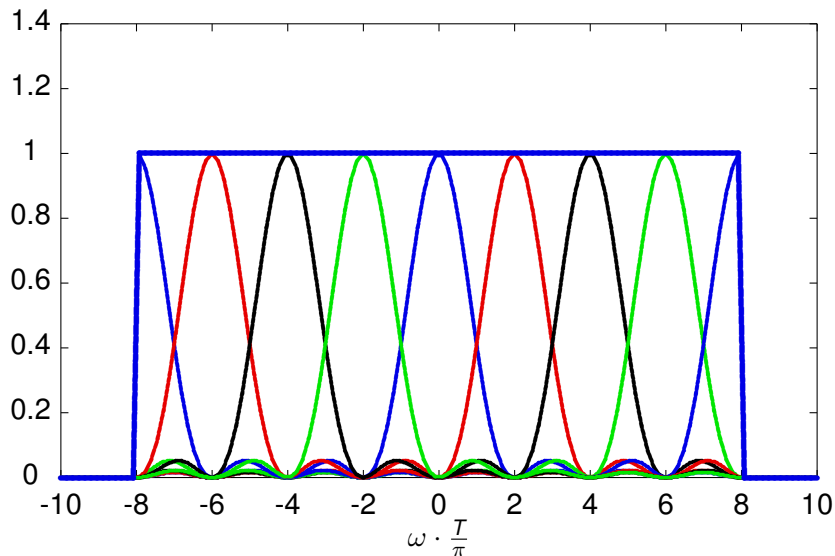
$$g(t) = \text{sinc}\left(\frac{N}{T} \cdot t\right), \quad G(j\omega) = \frac{T}{N} \cdot \Pi\left(\frac{\omega T}{2\pi N}\right)$$

Modulador OFDM en tiempo discreto

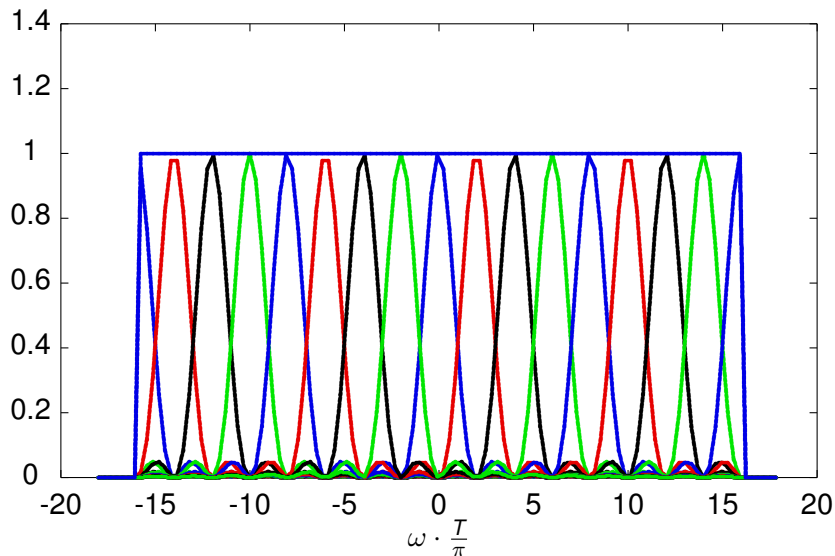


$$s_r(t) = \sum_m s[m] \cdot g(t - mT/N)$$

Espectro OFDM en tiempo discreto ($N = 8$)



Espectro OFDM en tiempo discreto ($N = 16$)



- Ideas principales:

- ▶ En FDM, si disponemos de un canal con ancho de banda W , lo **dividimos** en N subcanales de ancho de banda W/N .
- ▶ En OFDM tenemos N portadoras **ortogonales** a las que se permite ocupar todo el ancho de banda W .

- Ventajas de OFDM:

- ▶ Aunque el canal tenga muchos picos y valles (sea poco plano), cada subcanal se puede considerar un **canal plano** (no es necesario ecualizar).
- ▶ **Fácil eliminar la ISI** (se puede detectar símbolo a símbolo) + códigos cíclicos para **evitar ICI** (Inter-carrier Interference).
- ▶ **Menos complejidad** que FDM, dado que con una IDFT podemos modular N flujos distintos de símbolos en N portadoras distintas.
- ▶ **Flexibilidad**: uso de diferentes constelaciones en cada sub-canal